

# SCHALLSTRAHLBERECHNUNGEN MIT VORGEGEBENEM ZIEL

VON

E. MEIXNER \*)

## 1. EINFÜHRUNG

Es ist allgemein bekannt, daß man für Explorationszwecke verschiedene Modelle des Erduntergrundes mit seinen Sedimentschichten konstruiert (Fig. 1).

Ähnlich wie bei Feldmessungen verfolgt man an solchen Modellen den Weg der Schallstrahlen von einer Erregerquelle an der Erdoberfläche zu den reflektierenden Geschwindigkeitsgrenzflächen und wieder zurück zu den Geophonen an der Erdober-

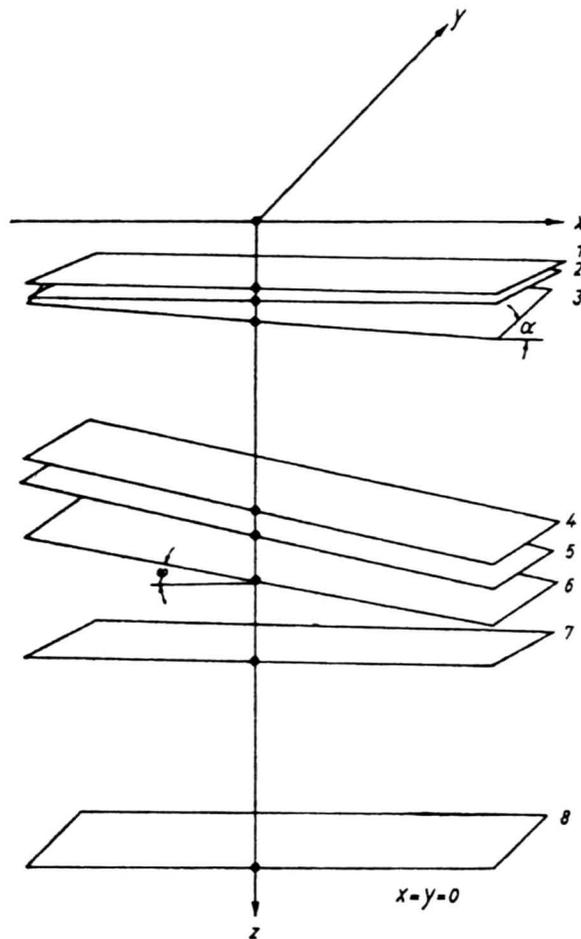
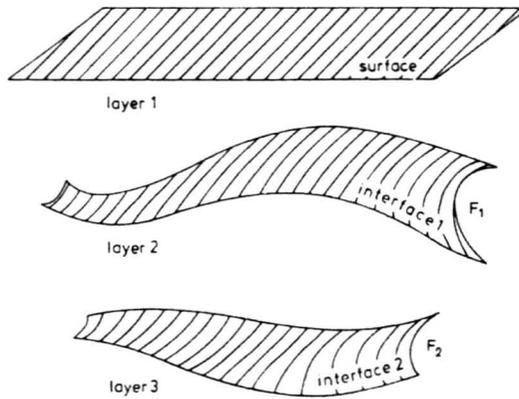


Fig. 1 Dreidimensionale seismische Modelle des Untergrundes  
a) die Geschwindigkeitsgrenzflächen werden durch Ebenen dargestellt (Jacobs und Regensburger)



b) die Geschwindigkeitsgrenzflächen werden durch gekrümmte Flächen dargestellt (Krey)

fläche (Fig. 2). Bei Kenntnis der Geschwindigkeiten in den Schichten kann man dann auch die Reflexionslaufzeit des Schallstrahles berechnen.

Stimmen die am Modell errechneten Reflexionslaufzeiten mit den Laufzeiten der Feldmessung überein, so darf man annehmen, daß das Modell des Untergrundes weitgehend der Wirklichkeit entspricht. Wenn man nun die Lagerungsverhältnisse der Sedimentschichten des Untergrundes kennt, so lassen sich wertvolle Schlüsse für die Exploration ableiten. In der Wissenschaft hat sich für dieses Verfahren der Name „modeling“ eingebürgert.

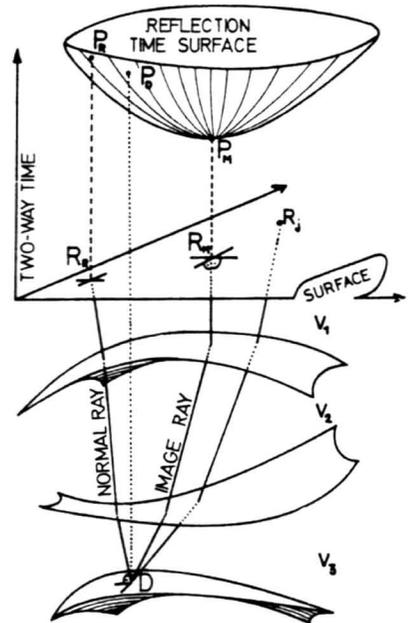
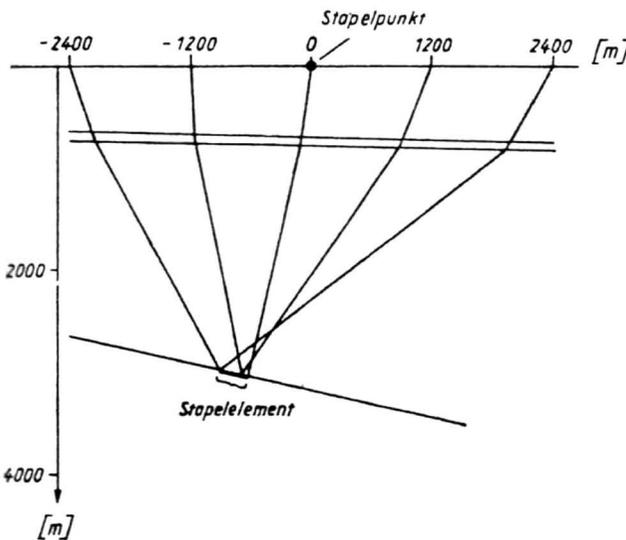


Fig. 2 Ray tracing bei seismischen Modellen

a) ray tracing bei einem zweidimensionalen Modell (Jacobs und Regensburger)

b) ray tracing bei einem dreidimensionalen Modell (Hubral)

Das graphische oder rechnerische Verfolgen von Schallstrahlen an Modellen, gemäß dem Fermat'schen Prinzip und gemäß den Gesetzen der geometrischen Strahlenoptik wird in der angelsächsischen Literatur als „ray tracing“ bezeichnet.

## 2. RAY TRACING BEI EINFACHEN 2D-MODELLEN

Vereinfacht lautet beim ray tracing unsere Frage: „Wie groß ist bei einem vorgegebenen Erdschichtenmodell die Laufzeit von einer Schallquelle zu einer reflektierenden Schicht und zurück zum Geophon an der Erdoberfläche?“

In einer zweidimensionalen Darstellung ist die Problemstellung der vorhergehenden Frage noch einmal verdeutlicht:

Für dieses Modell (Fig. 3) nehmen wir an, daß die Geschwindigkeiten der einzelnen Erdschichten konstant sind, und daß die Geschwindigkeitsgrenzflächen (Horizonte) durch geneigte Gerade darstellbar sind.

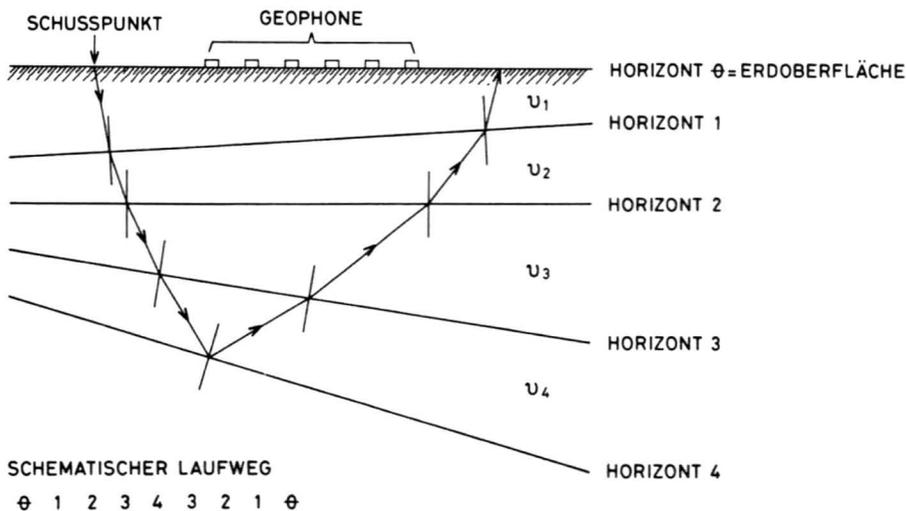


Fig. 3 Darstellung des Schallstrahles an einem zweidimensionalen Modell

In den einzelnen Schichten sind wegen konstanter Geschwindigkeit die Schallstrahlen durch Gerade ersetzbar. Da die Schnittpunkte des Schallstrahles mit den Geschwindigkeitsgrenzflächen als einfaches Problem der analytischen Geometrie koordinatenmäßig berechenbar sind, sind auch die Entfernungen von Schichtdurchstoßpunkt zu Schichtdurchstoßpunkt bekannt.

Für unser Modell (Fig. 3) lautet die allgemeine Gleichung des Schallstrahles:

$$a_s x + b_s y + c_s = 0;$$

die allgemeine Gleichung eines Horizontes, der durch eine Gerade ersetzt werden kann,

ist gegeben durch:

$$a_h x + b_h y + c_h = 0$$

$a_s, b_s, c_s$  = Koeffizienten der Schallstrahlgeraden

$a_h, b_h, c_h$  = Koeffizienten der Horizontgeraden

$x, y$  = kartesische Koordinaten.

Die zu suchenden Koordinaten des Schnittpunktes  $P_1$  der Schallstrahlgeraden mit der Horizontgeraden seien  $x_1$  und  $y_1$ . Da  $P_1(x_1, y_1)$  sowohl auf der Schallstrahlgeraden als auch auf der Horizontgeraden liegen muß, müssen die Schnittpunktkoordinaten beiden Geradengleichungen genügen. Die Schnittpunktbestimmung erfordert die Auflösung des Gleichungssystems:

$$a_s x + b_s y + c_s = 0$$

$$a_h x + b_h y + c_h = 0.$$

Da Horizontgerade und Schallstrahlgerade nicht parallel sind, ergibt die Auflösung des Gleichungssystems die Koordinaten des Schnittpunktes zwischen Schallstrahl und Horizontgerade.

$$x_1 = \frac{b_h c_s - b_s c_h}{a_h b_s - a_s b_h}$$

$$y_1 = \frac{c_h a_s - c_s a_h}{a_h b_s - a_s b_h}$$

Haben zwei Durchstoßpunkte  $P_1, P_2$  des Schallstrahles die kartesischen Koordinaten  $P_1(x_1, y_1)$  und  $P_2(x_2, y_2)$ , so findet man die Streckenlänge nach dem Satz von Pythagoras:

$$\overline{P_1 P_2} = \pm \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$\overline{P_1 P_2}$  = Länge der Strecke

$x_1, y_1$  = kartesische Koordinaten des Punktes  $P_1$

$x_2, y_2$  = kartesische Koordinaten des Punktes  $P_2$

Mit Hilfe der Weg-Zeit-Beziehung

$$t_i = \frac{s_i}{v_i}$$

$i$  = Schichtindex

$s_i$  = Weg des Schallstrahles in der Schicht  $i$

$v_i$  = Geschwindigkeit des Schallstrahles in der Schicht  $i$

$t_i$  = Laufzeit des Schallstrahles in der Schicht  $i$

errechnet man die einfache Laufzeit  $t_i$  eines Schallstrahles in einer Schicht  $i$

$$t_i = \sqrt{\frac{(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2}{v_i}}$$

Die gesamte Reflexionslaufzeit eines Schallstrahles setzt sich aus zwei Teilen zusammen. In unserem Modell (Fig. 3) ist die Reflexionslaufzeit vom Schußpunkt bis Horizont 4 (Abwärtsweg)

$$T_{\downarrow} = \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} + \frac{s_3}{v_3} + \frac{s_4}{v_4} = \sum_{i=1}^4 \frac{s_i}{v_i}$$

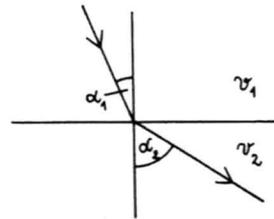
und die Reflexionslaufzeit vom Horizont 4 zurück zur Erdoberfläche (Aufwärtsweg)

$$T_{\uparrow} = \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} + \frac{s_3}{v_3} + \frac{s_4}{v_4} = \sum_{i=1}^4 \frac{s_i}{v_i}$$

Im allgemeinen sind Abwärtsweg des Schallstrahles und Aufwärtsweg in den einzelnen Schichten nicht gleichlang (siehe Fig. 3).

Für den Brechungswinkel des Schallstrahles von einem Schichtpaket zum anderen gilt das Brechungsgesetz nach Snellius:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{v_1}{v_2}$$



$v_1$  = Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Schallwellen in der Schicht 1

$v_2$  = Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Schallwellen in der Schicht 2

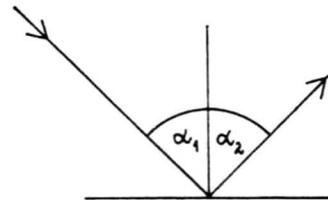
$\alpha_1$  = Winkel zwischen dem einfallenden Schallstrahl und Lot

$\alpha_2$  = Winkel zwischen dem ausfallenden Schallstrahl und Lot.

Schließlich gilt für die Reflexion eines Schallstrahles an einer Geschwindigkeitsgrenzfläche, daß der Einfallswinkel gleich dem Ausfallswinkel ist. Der Einfallswinkel wird gemessen zwischen dem einfallenden Schallstrahl und dem auf die Geschwindigkeitsgrenzfläche errichteten Lot. Der Ausfallswinkel wird gemessen zwischen dem reflektierten Schallstrahl und dem Lot.

$\alpha_1$  = Einfallswinkel des Schallstrahles

$\alpha_2$  = Ausfallswinkel des Schallstrahles



Die Berechnung des Schallstrahlweges und auch seiner Laufzeit ist also nur ein Kalkül.

Fassen wir noch einmal zusammen :

Für ein vorgegebenes seismisches Modell des Untergrundes, bei dem die Geschwindigkeitsgrenzflächen durch Geraden repräsentiert werden und bei dem die Intervallgeschwindigkeiten in den einzelnen Schichtpaketen konstant sind, benötigt man folgende mathematische Lösungsverfahren der analytischen Geometrie:

- Gleichung einer Geraden, wenn 2 Punkte gegeben sind,
- Gleichung der Geraden, wenn ein Punkt und die Richtung gegeben sind,
- Bestimmung der Distanz zwischen 2 Punkten,
- Bestimmung des Winkels zwischen 2 Geraden,
- Berechnung der Steigung der Normalen,
- Brechungsgesetz nach Snellius,
- Reflexionsgesetz (Einfallswinkel ist gleich dem Ausfallswinkel),
- Weg-Zeit-Gesetz  $t = \frac{s}{v}$  ;

t = Zeit in sec

s = Entfernung in m

v = Schallgeschwindigkeit in m/s.

### 3. RAY TRACING BEI KOMPLIZIERTEN SEISMISCHEN MODELLEN

Bei einfachen seismischen Modellen mit konstanten Intervallgeschwindigkeiten und mathematischen Geschwindigkeitsgrenzflächen ist die Berechnung des Schallstrahlweges und damit der Schall-Laufzeit ein Anwendungsproblem der analytischen Geometrie, wie gezeigt wurde.

Sind die Intervallgeschwindigkeiten in den einzelnen Schichtpaketen nicht konstant, so gibt es nicht immer geschlossene mathematische Lösungen für die Berechnung des Schallstrahlweges.

Geschlossene mathematische Lösungen sind auch dann nicht gegeben, wenn die Geschwindigkeitsgrenzflächen nicht durch mathematische Flächen, wie Ebenen oder Paraboloide ersetzbar sind.

Im folgenden wollen wir seismische Modelle, deren Schichten keine konstanten Intervallgeschwindigkeiten besitzen, als komplizierte seismische Modelle bezeichnen.

Als komplizierte seismische Modelle seien hier auch solche bezeichnet, deren Geschwindigkeitsgrenzflächen sich nicht durch mathematische Flächen wie Ebenen, Paraboloide, Polynom-Flächen höherer Ordnung etc. darstellen lassen.

Trotz der genannten Schwierigkeiten werden Schallstrahlberechnungen an solchen komplizierten seismischen Modellen durchgeführt.

Der Grund liegt offensichtlich in der Tatsache, daß die Wirklichkeit nicht immer durch einfache seismische Modelle angenähert werden kann.

### 3.1. KOMPLIZIERTE GESCHWINDIGKEITSGRENZFLÄCHEN

Um beliebig geformte Geschwindigkeitsgrenzflächen in Modellrechnungen einbringen zu können, greift man auf eine der nachstehenden Vereinfachungen zurück.

○ Man ersetzt die Geschwindigkeitsgrenzflächen durch eine mathematische Fläche. Vielfach benutzt werden Paraboloiden (Flächen zweiter Ordnung). Paraboloiden haben die analytische Formel:

$$z = a + bx + cy + dx^2 + exy + fy^2$$

$x, y, z$  = kartesische Koordinaten

$a, b, c, d, e, f$  = Koeffizienten des Paraboloids

Sind mehr als 6 Punkte der Geschwindigkeitsgrenzfläche bekannt, so errechnet man die Koeffizienten  $a, b, c, d, e, f$  des Bestparaboloids nach der Methode der kleinsten Abweichungsquadrate (Gauß-Methode). Diese Bestimmung der Koeffizienten geschieht in den meisten Fällen über ein Computerprogramm.

○ Lassen sich die Geschwindigkeitsgrenzflächen nicht durch mathematische Flächen darstellen, so wendet man einen kleinen Kunstgriff an. Man ersetzt die komplizierte Geschwindigkeitsgrenzfläche durch viele kleine Sekantenflächen. 3 Punkte der Geschwindigkeitsgrenzfläche spannen jeweils eine kleine Sekantenfläche auf. Der Schallstrahlweg wird fortschreitend stückweise berechnet. Dabei wird jedes Mal geprüft, ob der Endpunkt des Schallstrahlstückes eine der kleinen Sekantenflächen durchstoßen hat.

Bei Zutreffen der Bedingung ersetzt man das letzte Stück des Schallstrahls durch eine Gerade und berechnet den Durchstoßpunkt in der kleinen Sekantenebene. Damit ist das Problem auf bereits bekannte mathematische Lösungen zurückgeführt. Die Computertechnik ermöglicht mit etwas Programmieraufwand solche Arbeitsweise.

### 3.2. KOMPLIZIERTE GESCHWINDIGKEITSGESETZE

Komplizierte Geschwindigkeitsverteilungen versucht man ebenfalls zu vereinfachen, um Rechnungen am seismischen Modell leichter durchführen zu können.

○ Sofern dies möglich ist, ersetzt man ein nicht mathematisch formulierbares Geschwindigkeitsgesetz durch viele dünne Ebenenschichten mit konstanter Intervallgeschwindigkeit. Damit kann man weitgehende Anpassung an die Wirklichkeit erreichen. Den Mehraufwand übernimmt der Computer, indem er die einfachen und bereits bekannten Berechnungen mehrere Male hintereinander durchführt.

○ Läßt sich die räumliche Geschwindigkeitsverteilung, zum Beispiel wegen lateraler Änderungen, nicht durch viele kleine Schichten konstanter Intervallgeschwindigkeiten ersetzen, so benutzt man die räumliche Geschwindigkeitsverteilung in Form von Datenfeldern. Man läßt die vorgegebene Geschwindigkeit nicht nur im Raumpunkt, sondern auch in dessen räumlicher Umgebung gelten. Haben zwei Raumpunkte verschiedene Größen der Geschwindigkeit, so interpoliert man linear zwischen diesen Raumpunkten.

Die Berechnung des Schallstrahls am Modell erfolgt wiederum stückweise, so daß man auf bereits bekannte Rechenmethoden zurückgreifen kann. Es ist klar, daß solche Berechnungen nur mit Hilfe eines Computers möglich sind. Je nach Speichergröße des verfügbaren Computers arbeitet man entweder mit kleinen, mittleren oder mit großen Geschwindigkeitsfeldern.

○ Eine Sondererwähnung verdient das Geschwindigkeitsgesetz der linearen Abhängigkeit von der Tiefe

$$v = v_0 + az$$

$v$  = Geschwindigkeit in m/s

$v_0$  = vorgegebene Anfangsgeschwindigkeit in m/s

$a$  = Koeffizient

$z$  = Tiefe in m

Wie in der Geophysik gezeigt wurde, ist die Berechnung des Schallstrahlweges mathematisch geschlossen möglich, wenn das Geschwindigkeitsgesetz eine lineare Funktion der Tiefe ist. Diese Lösung ist insofern interessant, weil vielfach versucht wird, komplizierte Geschwindigkeitsverteilungen durch ein oder durch mehrere Geschwindigkeitsgesetze linearer Abhängigkeit von der Tiefe zu ersetzen. Auch Schallstrahlberechnungen mit linearen Geschwindigkeitsgesetzen werden in der heutigen Zeit vielfach auf Computern durchgeführt.

### 3.3. RÄUMLICHE MODELLE (3D-MODELLE)

Der Übergang von der analytischen Darstellung eines Schallstrahlers in einem zweidimensionalen Modell zur analytischen Darstellung in einem dreidimensionalen, räumlichen Modell ist sehr leicht.

Alle genannten Terme der analytischen Geometrie der Ebene ersetzt man durch die entsprechenden mathematischen Formulierungen der analytischen Geometrie des Raumes.

Unsere Lösung der Schallstrahlberechnung bleibt auch dann noch gültig, wenn die einfachen Voraussetzungen unseres Modells nicht mehr gültig sind.

Ersetzt man nämlich im Modell die Horizontebenen durch mathematische Flächen höherer Ordnung (z. B. Paraboloiden) und läßt nur konstante Intervallgeschwindigkeiten in den einzelnen Schichten des Modells zu, so sind auch noch mathematische Lösungen möglich.

Bei linearer Zunahme der Geschwindigkeit mit der Tiefe wird der Weg des Schallstrahles eine gekrümmte Linie, die exakt bestimmbar und damit mathematisch lösbar ist.

Sind die Geschwindigkeitsgrenzflächen nicht durch mathematische Flächen darstellbar (Ebenen oder Flächen höherer Ordnung), so stehen für die Berechnung von Schallstrahlen (ray tracing) zwei Möglichkeiten offen.

## 1. Möglichkeit

Man ersetzt die Geschwindigkeitsgrenzfläche durch eine Fläche höherer Ordnung nach der Methode der kleinsten Abweichungsquadrate (Gauß-Methode). Damit ist das Problem wieder lösbar, wie wir erläutert haben.

## 2. Möglichkeit

Man ersetzt die Geschwindigkeitsgrenzfläche durch viele kleine Ebenenstücke und berechnet den Strahlweg nacheinander immer für kleine Wege. Dabei muß im Zuge der schrittweisen Berechnung des Schallstrahles im 3D-Raum geprüft werden, ob der augenblickliche Berechnungspunkt eines von den Ebenenstückchen der Grenzfläche durchstoßen hat.

Bei schnellen Computern ist die Lösung dieses Problems schon fast zur Alltagsroutine geworden. Der Größe der Geschwindigkeitsgrenzflächen ist im Zeitalter der virtuellen Speichertechnik praktisch keine Grenze gesetzt. Man könnte sagen, Größe und Anzahl der Geschwindigkeitsgrenzflächen sind begrenzt durch die Geduld des bearbeitenden Geophysikers. Meistens jedoch wird ein vernünftiges Mittelmaß zwischen einfachen und komplizierten Darstellungen der Geschwindigkeitsgrenzflächen und zwischen den einfachen und komplizierten Geschwindigkeitsgesetzen die Praxis regieren.

## 4. RAY TRACING VOM SCHUSSPUNKT ZU VORGEgebenEN GEOPHONEN

Das Problem der Berechnung der Reflexionszeit ist aber bei Kenntnis dieses mathematischen Formalismus noch nicht gelöst.

Wir erläuterten in den vorhergehenden Kapiteln die Berechnung des Schallstrahlweges, die Berechnung der Schall-Laufzeit und haben dabei ganz vergessen, daß ein zu berechnender Schallstrahlweg nur bei einem ganz bestimmten Abgangswinkel (Startwinkel) bei einem bestimmten Geophon auftreffen wird.

Von einem Schußpunkt ausgehend lassen sich viele Schallstrahlen berechnen. Wir aber suchen einen ganz bestimmten Schallstrahl, der von einem Schußpunkt ausgeht, an einer bestimmten Geschwindigkeitsgrenzfläche reflektiert wird und an einem vorher von uns bestimmten Geophon auftreffen soll.

Anders formuliert lautet unser Wunsch:

Wir suchen den Abstrahlwinkel für einen Schallstrahlweg, der von einem Schußpunkt ausgehen soll, an mehreren Geschwindigkeitsgrenzflächen gebrochen wird, an einer bestimmten Geschwindigkeitsgrenzfläche reflektiert wird und schließlich bei einem vorgegebenen Geophon auftreffen soll.

Der Abgangswinkel eines Schallstrahles, der, von einem Schußpunkt ausgehend, ein bestimmtes Geophon treffen soll, hängt ab von der Form der Geschwindigkeitsgrenzflächen, von der Anzahl der Geschwindigkeitsgrenzflächen und natürlich auch von den Intervallgeschwindigkeiten in den einzelnen Schichten.

Leider gibt es bereits bei einfachen Modellen mit geneigten Geschwindigkeitsgrenzflächen (siehe Fig. 3) keine exakte Berechnungsformel für den gesuchten Schallab-

strahlwinkel. Ein genaues Treffen des vorgegebenen Zieles, in unserem Falle des Geophons, ist aber notwendig, um die errechneten Laufzeiten vergleichen zu können mit den im Felde gemessenen Reflexionslaufzeiten.

#### 4.1. GRAPHISCHE LÖSUNG DES PROBLEMS

Um Reflexionszeiten für festgelegte Schuß- und Geophon-Koordinaten an zweidimensionalen seismischen Modellen zu bestimmen, sind viele Benutzer folgenden Weg gegangen:

In einer graphischen 2D-Darstellung des seismischen Modells auf rotem Millimeterpapier greift man willkürlich einzelne Punkte der Geschwindigkeitsgrenzfläche heraus. Von diesen Punkten der Geschwindigkeitsgrenzfläche konstruiert man unter Berücksichtigung der Schallstrahlbrechung ein oder zwei Schallstrahl-Pärchen zu den Schußpunkten und Geophonen an der Erdoberfläche.

Durch geschicktes Verschieben des Reflexionspunktes entlang der Geschwindigkeitsgrenzfläche und durch sinnvolles Ändern des Reflexionswinkels konstruiert man nach wenigen Versuchen den gewünschten Schallstrahlweg mit hinreichender Genauigkeit. Durch Abmessen der Entfernung mit dem Stechzirkel und unter Berücksichtigung der jeweiligen Intervallgeschwindigkeit erhält man die Laufzeiten des Schallstrahles in einem einzelnen Schichtpaket. Die Summe aller Schichtlaufzeiten ergibt die Reflexionslaufzeit eines Strahles.

Mehrere Berechnungen der geschilderten Methode ergeben die Laufzeitkurve für eine zu untersuchende Geschwindigkeitsgrenzfläche.

Der Vorteil dieser Methode ist, daß sie einfach auf Millimeterpapier durchführbar ist. Sonderfälle, wie Störungen im Hangenden, können leicht berücksichtigt werden. Das Problem der Totalreflexion tritt praktisch nicht auf. Nachteilig für diese Methode ist, daß diese Konstruktionen sehr zeitaufwendig sind. Mehrere Laufzeitkurven eines seismischen Modells mit dieser graphischen Methode zu ermitteln stellt große Anforderungen an die Geduld des Geophysikers.

#### 4.2. DER SCHEMATISCHE LAUFWEG DES SCHALLSTRAHLES

Im folgenden soll der Begriff „schematischer Laufweg des Schallstrahles“ erklärt werden, weil dieser Begriff bei der rechnerischen Lösung unseres Problems benutzt wird.

Will man in einem konstruierten Modell die Laufzeitkurve beispielsweise des vierten seismischen Horizontes berechnen lassen, so muß der Computer eine eindeutige Anweisung erhalten. Der schematische Laufweg für den vierten seismischen Horizont müßte lauten:

0 1 2 3 4 3 2 1 0

Das heißt für den Computer als Anweisung:

An der Erdoberfläche soll vom Schuß ein Schallstrahl ausgehen, unter Berücksichtigung der Brechung den ersten, den zweiten und auch den dritten Horizont durchsto-

ben. Danach erfolgt eine Reflexion am vierten Horizont; schließlich muß der Schallstrahl nach abermaligem Durchstoßen der Horizonte drei, zwei und eins an der Erdoberfläche eintreffen (siehe Fig. 3).

Für die leichtere Überschaubarkeit haben wir in der Darstellung angenommen, daß auf dem Laufweg unseres Beispiels weder geologische Störungen noch Transgressionen vorhanden sind.

#### 4.3. RECHNERISCHE LÖSUNG DES PROBLEMS

Wegen der Nachteile der graphischen Lösung beschreiten wir einen anderen Lösungsweg. Diese Lösung lautet:

Wir wiederholen die Schallstrahlberechnung von einem Schußpunkt mit sinnvoll verbessertem Abgangswinkel so oft, bis der Auftreffpunkt des Schallstrahles an der Erdoberfläche in unmittelbarer Nähe des Geophons liegt. Unter unmittelbarer Nähe des Geophons verstehen wir den Umkreis von ca. 1 m.

Im folgenden soll gezeigt werden, wie dieses iterative Rechenverfahren unter automatischer Verbesserung des Abstrahlwinkels schließlich zum Ziel führt.

Diese Verfahren könnte man mit den Schießversuchen eines Artilleristen vergleichen, der mit seiner Haubitze ein bestimmtes Ziel treffen will. Nach dem ersten abgegebenen Schuß beobachtet ein Artillerist das Auftreffen seines Geschosses. Dann korrigiert der Kanonier den Höhen- und Seitenwinkel seiner Haubitze so, daß er nach zwei oder drei Versuchen schließlich sein Ziel trifft. Der Unterschied zwischen dem Richtverfahren des Kanoniers und dem hier gezeigten iterativen Rechenverfahren besteht in zwei Punkten:

○ Die Korrektur des Abstrahlwinkels erfolgt beim iterativen Rechenverfahren automatisch; der Computer ersetzt gewissermaßen den denkenden Kanonier.

○ Das Korrigieren des Abstrahlwinkels und der darauffolgende neue Rechenversuch benötigt nur einige Millisekunden; im Vergleich dazu dauern das Neurichten der Haubitze und der darauffolgende Schuß einige Sekunden.

Ist der schematische Laufweg für einen zu rechnenden Schallstrahl festgelegt und sind weiter das Geschwindigkeitsgesetz, die Koordinaten des Schußpunktes und die Koordinaten des Geophons bekannt, so verfährt man in einem 3D-Modell zur Berechnung der Laufzeit nach folgendem Rezept:

##### 4.3.1. VISIEREBENE

Lege eine Visierebene fest (z. B. erster Horizont oder letzter Horizont oder eine willkürliche Hilfsebene). Die Visierebene soll die analytische Form haben:

$$Ax + By + Cz + D = 0.$$

Hierin bedeuten :

A, B, C, D Koeffizienten der Ebenengleichung

x, y, z Variable der Achsenrichtungen eines räumlichen kartesischen Koordinatensystems

#### 4.3.2. ERSTER PEILPUNKT

Lege einen ersten Peilpunkt  $VP_1$  in dieser Visierebene fest; rechne einen Schallstrahl für den schematisch festgelegten Schallstrahlweg und notiere den Auftreffpunkt dieses Schallstrahles an der Erdoberfläche.

Visierpunkt:  $VP_1(vx_1, vy_1, vz_1)$

Auftreffpunkt:  $TP_1(tx_1, ty_1, tz_1)$

#### 4.3.3. ZWEITER PEILPUNKT

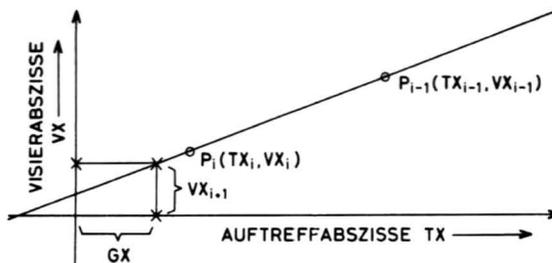
Lege willkürlich einen zweiten Visierpunkt  $VP_2$  fest; rechne wiederum einen Schallstrahl für den schematisch festgelegten Schallstrahlweg und notiere den zweiten Auftreffpunkt des Schallstrahles an der Erdoberfläche.

Visierpunkt:  $VP_2(vx_2, vy_2, vz_2)$

Auftreffpunkt:  $TP_2(tx_2, ty_2, tz_2)$

Für die Visierpunkte  $VP_1(vx_1, vy_1, vz_1)$  und  $VP_2(vx_2, vy_2, vz_2)$  soll gelten:

$$VP_1 \neq VP_2$$



$$VX_{i+1} = \frac{VX_i - VX_{i-1}}{TX_i - TX_{i-1}} (GX - TX_{i-1}) + VX_{i-1}$$

- $i$  = ZÄHLER FÜR SCHALLSTRAHLRECHENVERSUCHE
- $VX_i$  = VISIERABSZISSE IN m
- $TX_i$  = AUFTREFFABSZISSE IN m
- $GX$  = GEOPHONABSZISSE = AUFTREFFSOLLABSZISSE IN m

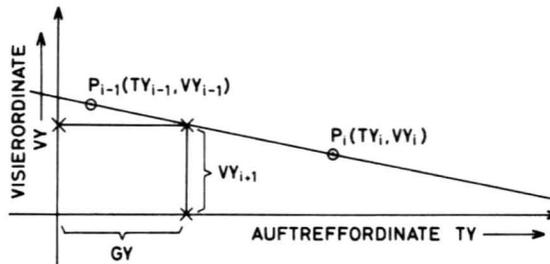
Fig. 4 Visierkorrektur in X-Richtung

#### 4.3.4. NOTIERE PEILABSZISSE UND AUFTREFFABSZISSE (x-RICHTUNG)

Trage die Wertepaare  $(tx_1, vx_1)$  und  $(tx_2, vx_2)$  in ein kartesisches Koordinatensystem ein, lege eine Gerade durch die Punkte  $(tx_1, vx_1)$  und  $(tx_2, vx_2)$  und entnehme in diesem Koordinatensystem am Abszissenwert des zu treffenden Geophons eine verbesserte Visierabszisse  $vx_3$  (siehe Fig. 4).

#### 4.3.5. NOTIERE PEILORDINATE UND AUFTREFFORDINATE (y-RICHTUNG)

Trage die Wertepaare  $(ty_1, vy_1)$  und  $(ty_2, vy_2)$  in ein zweites kartesisches Koordinatensystem ein und lege eine Gerade durch die Punkte  $(ty_1, vy_1)$  und  $(ty_2, vy_2)$  und entnehme in diesem zweiten Koordinatensystem am Ordinatenwert des zu treffenden Geophons eine verbesserte Visierordinate  $vy_3$  (siehe Fig. 5).



$$VY_{i+1} = \frac{VY_i - VY_{i-1}}{TY_i - TY_{i-1}} (GY - TY_{i-1}) + VY_{i-1}$$

- $i$  = ZÄHLER FÜR SCHALLSTRAHLRECHENVERSUCHE
- $VY_i$  = VISIERORDINATE IN m
- $TY_i$  = AUTREFFORDINATE IN m
- $GY$  = GEOPHONORDINATE = AUFTREFFSOLLORDINATE IN m

Fig. 5 Visierkorrektur in Y-Richtung

#### 4.3.6. ERRECHNE EINEN NEUEN VERBESSERTEN PEILPUNKT

Mit Hilfe der Gleichung der Visierebene  $Ax + By + Cz + D = 0$

$$z = \frac{Ax + By + D}{C}$$

wird die zu  $vx_3, vy_3$  gehörende z-Koordinate  $vz_3$  des verbesserten Visierpunktes errechnet.

#### 4.3.7. STARTE NÄCHSTEN TREFFVERSUCH

Mit diesem neu gewonnenen Visierpunkt  $VP_3$  ( $vx_3, vy_3, vz_3$ ) wird schließlich die nächste Schallstrahlrechnung begonnen und man erhält als Ergebnis den Auftreffpunkt des Schallstrahlers  $TP_3$  ( $tx_3, ty_3, tz_3$ ). Man stellt fest, daß der zuletzt errechnete Auftreffpunkt des Schallstrahles an der Erdoberfläche näher am gewünschten Geophon liegt als der Auftreffpunkt des zuvor gerechneten Schallstrahles (Fig. 6).

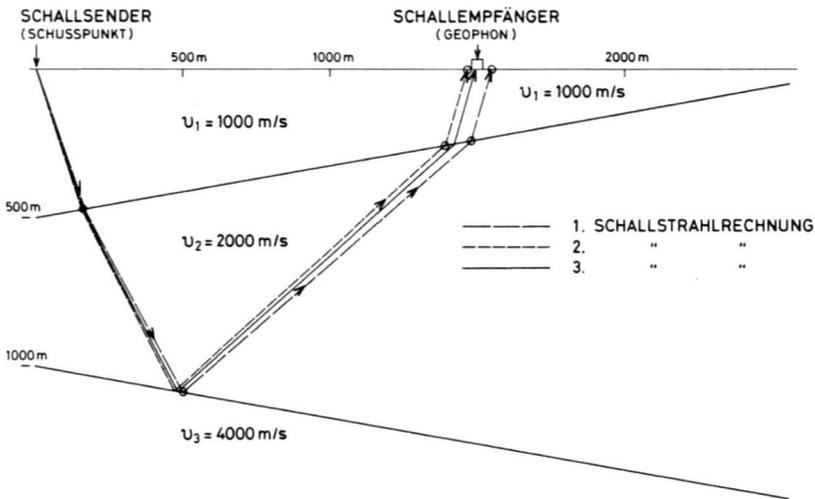


Fig. 6 Zielansteuerung bei Schallstrahlrechnungen mit Hilfe des Visierkorrekturverfahrens (Rechenbeispiel 2-dimensional)

#### 4.3.8. PRÜFE AUFTREFFGENAUIGKEIT

Dieses Iterationsverfahren mit verbesserten Visierpunkten wird nun so lange wiederholt, bis der gerechnete Schallstrahl mit der gewünschten Genauigkeit in der Nähe des zu treffenden Geophons ankommt (z.B. 1 m in der Umgebung des Geophons). Dabei errechnet man immer einen verbesserten Visierpunkt aus den Visierabszissen und Visierordinaten und aus den Auftreffabszissen und Auftreffordinaten des letzten und vorletzten Rechenversuches.

Die zugehörigen z-Koordinaten des verbesserten Visierpunktes sind durch die Gleichung der Visierebene

$$z = \frac{Ax + By + D}{C}$$

bestimmbar, wie wir unter Punkt 4.3.6 erläutert haben.

## 5. ZUSAMMENFASSUNG UND BEWERTUNG

Das hier geschilderte Verfahren zur Bestimmung von Laufzeiten zwischen einem gegebenen Schußpunkt und einem gegebenen Geophon kann man in einem Computerprogramm anwenden. Die Verbesserung des Peilpunktes, oder was dasselbe bedeutet, die Verbesserung des Abstrahlwinkels des zu rechnenden Schallstrahles, ist automatisierbar.

Als Ergebnis einer Schallstrahlrechnung von einem gegebenen Schußpunkt zu einem spezifizierten Geophonort erhält man den geometrischen Verlauf des Schallstrahles (ray tracing) und daraus wiederum die Reflexionslaufzeit dieses Schallstrahles.

Mit Hilfe eines Computers haben wir Schallstrahlberechnungen für die angewandte Seismik mit der erläuterten Methode durchgeführt. Das Computerprogramm wurde in der Programmiersprache FORTRAN geschrieben.

Für die Berechnung einer Laufzeitkurve bestehend aus 36 Geophonen, wobei das Modell 4 gekrümmte Geschwindigkeitsgrenzflächen hatte, benötigte ein CDC-Computer, Modell Cyber 175, 3,5 s Rechenzeit. Die kleinste Schußpunkt-Geophon-Entfernung betrug für diese Laufzeitkurve 200 m, die größte Schußpunkt-Geophon-Entfernung 7200 m.

Um mit dem gerechneten Schallstrahl von einem Schußpunkt in 1 m Umgebung des vorgegebenen Geophons anzukommen, waren jeweils 7 bis 9 Rechenversuche mit dem automatischen Peilkorrektur-Verfahren notwendig.

## LITERATUR

- (1) Shah, P. M., 1973, Ray-tracing in three dimensions. *Geophysics*, Vol. 38, p. 600–604.
- (2) Sorrells, G. G., Growley, J. R., Veith, K. F., 1971, Methods for computing ray paths in complex geological structures. *Bull. Seism. Soc. Amer.*, Vol. 61, p. 27–53.
- (3) Chander, R., 1975, On tracing seismic rays with specified end points. *Geophysics*, Vol. 41, p. 173–177.
- (4) Sattlegger, J. W., 1969, Three-dimensional seismic depth computation using space-sampled velocity logs. *Geophysics* 34 (1969) 1.
- (5) Hilterman, F. I., Three-dimensional seismic modeling. *Geophysics* 35 (1970) 6, p. 1020–1038.
- (6) Jakobs, F. und Regensburger, H., Numerische Modellseismik zur Untersuchung kinematischer Parameter in der Seismik, *Geophysik und Geologie*. (Geophysikalische Veröffentlichungen der Karl-Marx-Universität Leipzig), Dritte Serie, Bd. I, Heft 2.
- (7) Krey, Th., Mapping Non-Reflecting Velocity Interfaces by Normal Moveout Velocities of Underlying Horizons. *Geophys. Prospecting* (1980), Vol. 28, Number 3, p. 359–371.